

Pasi Välimäki

## **Delta-robotin mekaniikkasuunnittelu**

Opinnäytetyö

Kevät 2015

Tekniikan yksikkö

Automaatiotekniikan koulutusohjelma



SEINÄJOEN AMMATTIKORKEAKOULU

## Opinnäytetyön tiivistelmä

Koulutusyksikkö: Tekniikan yksikkö

Koulutusohjelma: Automaatiotekniikan koulutusohjelma

Suuntautumisvaihtoehto: Sähköautomaatio

Tekijä: Pasi Välimäki

Työn nimi: Delta-robotin mekaniikkasuunnittelu

Ohjaaja: Markku Kärkkäinen

Vuosi: 2015

Sivumäärä: 31

Liitteiden lukumäärä: 2

---

Tämän opinnäytetyön tarkoituksena oli suunnitella mekaniikka Delta-robotille, jonka on tarkoitus tulla opetuskäyttöön Seinäjoen ammattikorkeakoululle. Opinnäytetyöhön kuului selvittää, mitä Delta-robotin valmistaminen opetuskäyttöön vaatisi sekä laskea kinematiikka Delta-robotin raajojen ja ala-alustan liikkeille. Lisäksi opinnäytetyössä oli tarkoitus selvittää, mistä materiaalista Delta-robotti olisi kannattavinta valmistaa. Opinnäytetyöhön ei kuitenkaan kuulunut varsinaisen robotin valmistaminen.

Opinnäytetyössä käydään läpi yleisesti robotiikkaa sisältäen niiden historiaa ja luokittelu rakenteen mukaan. Robotiikan lisäksi opinnäytetyössä käsitellään tarkemmin Delta-robotia sekä Delta-robotin kinematiikkaa. Kinematiikka sisältää laskelmat Delta-robotille sekä suorasta kinematiikasta että käänteisestä kinematiikasta. Opinnäytetyön lopussa käsitellään myös servomoottoreita ja vertaillaan alumiinin ominaisuuksia hiilikuidun vastaaviin.

Avainsanat: Delta-robotti, kinematiikka, robotiikka, mekaniikka

SEINÄJOKI UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

## **Thesis abstract**

Faculty: School of Technology

Degree programme: Automation Engineering

Specialisation: Electrical Automation

Author: Pasi Välimäki

Title of thesis: Mechanical planning of a Delta robot

Supervisor: Markku Kärkkäinen

Year: 2015

Number of pages: 31

Number of appendices: 2

---

The purpose of this thesis was to plan the mechanics for a Delta-robot. The Delta-robot is planned to be used in education at Seinäjoki University of Applied Sciences. At first, the study concentrates on the basics of making a Delta-robot. The kinematic calculations for the arms and end-effectors of the robot are a part of the design work. The aim of the thesis was also to find out the most profitable material for building the robot. The actual construction of the robot is not included in this thesis.

At first the thesis studies general robotics including some history and classification by the mechanical structures of the robots. In addition to robotics, the thesis concentrates on the Delta-robot and its kinematics. The kinematics include calculations of the forward and inverse kinematics of a Delta-robot. The end of the thesis studies the servo motors and compares the properties of aluminum and carbon.

Keywords: Delta-robot, kinematics, robotics, mechanics

## SISÄLTÖ

Opinnäytetyön tiivistelmä.....	2
Thesis abstract.....	3
SISÄLTÖ.....	4
Kuvio- ja taulukkoluetelo.....	5
1 JOHDANTO .....	6
1.1 Työn tausta .....	6
1.2 Työn tavoite .....	6
1.3 Työn rakenne .....	6
2 ROBOTIIKKA .....	7
2.1 Robotit ja niiden historia.....	7
2.2 Robottien mekaaninen rakenne .....	8
2.2.1 Manipulaattorit .....	8
2.2.2 Liikkuvat robotit .....	10
2.3 Robotin työskentelytila .....	10
2.4 Delta-robotti .....	12
2.4.1 Delta-robotin rakenne .....	14
2.4.2 Delta-robotin käyttökohteet .....	15
2.4.3 Delta-robotin hyvät ja huonot puolet .....	17
3 KINEMATIikka.....	19
3.1 Kinematiikka yleisesti .....	19
3.2 Suora kinematiikka.....	20
3.3 Käänteinen kinematiikka .....	22
4 DELTA-ROBOTIN RAKENTEEN MATERIAALI .....	27
4.1 Alumiini- vai hiilikuiturakenne .....	27
4.2 Materiaalin valinta .....	27
5 SERVOMOOTTORI .....	28
6 YHTEENVETO JA POHDINTA .....	29
LÄHTEET .....	30
LIITTEET .....	32

## Kuvio- ja taulukkoluetelo

Kuvio 1. Robottimanipulaattoreita. (NPTEL. [Viitattu: 5.1.2015].).....	9
Kuvio 2. Rinnakkaisrakenteinen robotti ABB FlexPicker. (ABB 2015a).....	9
Kuvio 3. iRobot 310 SUGV Yhdysvaltain armeijan liikkuva robotti. (iRobot 2015)	10
Kuvio 4. ABB IRB 360 ja sen työskentelytila. (Mecademic. [Viitattu: 12.1.2015].)	11
Kuvio 5. ABB IRB 140 -teollisuusrobotin työskentelytila. (ABB 2015b) .....	12
Kuvio 6. Nitekin Green picker lineaarinen Delta-robotti. (Nitek 2010) .....	15
Kuvio 7. Fanucin valmistamat Delta-robotin pakkaavat tuotteita laatikoihin. (Healthcare Packaging 2014) .....	16
Kuvio 8. SurgiScope käytössä leikkauksessa. (Parallemic. [Viitattu: 12.1.2015].)	17
Kuvio 9. DeltaMakerin lineaarinen Delta-robotti 3D-tulostamiseen. (DeltaMaker 2015).....	18
Kuvio 10. Suljettu kinemaattinen ketju ja avoin kinemaattinen ketju (b). (Introduction to robotics 2013) .....	19
Kuvio 11. Suorat J1E1, J2E2 ja J3E3 luovat kolme palloa.....	20
Kuvio 12. Delta-robotin piirros ylhäältäpäin.....	21
Kuvio 13. Delta-robotin raajojen 8 mahdollista asentoa yhdellä ala-alustan sijainnilla. (Olsson. 2009) .....	23
Kuvio 14. Delta-robotin MATLAB-kuva .....	24
Kuvio 15. Piirros Delta-robotista. Käänteinen kinematiikka sivusta.....	25
Kuvio 16. Delta-robotin kinematiikka. (Poppeová ym. 2011).....	26
Kuvio 17. Servomoottorin rakenne. (Ampion. [Viitattu: 6.3.2015].).....	28

# 1 JOHDANTO

## 1.1 Työn tausta

Seinäjoen ammattikorkeakoulun tekniikan yksiköllä on opetuskäytössä monia erilaisia robotteja. Robotteja käytetään erityisesti automaatiotekniikan koulutusohjelman opiskelijoiden koulutuksessa. Robotit ovat olennainen osa automaatiotekniikan koulutusohjelmaa. Seinäjoen ammattikorkeakoulu haluaa tarjota opiskelijoille laadukkaan opetuksen, näin ollen myös opetusvälineiden on oltava laadukkaita. Koululta puuttuu opetuskäytöstä Delta-robotti, koulu haluaa valmistaa sellaisen yhteistyössä insinööriopiskelijoiden kanssa.

## 1.2 Työn tavoite

Tämän opinnäytetyön ensisijainen tavoite on suunnitella Seinäjoen ammattikorkeakoululle opetuskäyttöön Delta-robotti. Robotille on jo valmiiksi varattuna vaadittavat servomootorit, joten tärkeintä on suunnitella vaadittava mekaniikka. Robotin osat valitaan markkinoilla olevista valmiista osista. Mikäli sopivia osia ei löydy, ne suunnitellaan ja valmistetaan itse.

## 1.3 Työn rakenne

Opinnäytetyön rakenne voidaan jakaa kahteen osaan. Työn ensimmäisessä osassa kerrotaan yleisesti roboteista ja niiden historiasta, sekä kerrotaan robottien rajaamisesta kahteen ryhmään mekaanisen rakenteen mukaan. Kun robottien historia on pintapuolisesti tiedossa, kerrotaan tarkemmin Delta-robotista. Delta-robotista kerrotaan miten se on syntynyt, mikä se on ja mitkä ovat sen vahvuudet.

Työn toisessa osassa käydään läpi kinematiikkaa. Kinematiikka sisältää sekä suoraa kinematiikkaa että käänteisen kinematiikan. Toisen osan lopussa käydään läpi vielä robotin rakenteen materiaalivalinnat sekä servomoottori.

## 2 ROBOTIIKKA

### 2.1 Robotit ja niiden historia

Nimitys robotti juontaa juurensa vuoteen 1920, kun tšekkiläinen Karel Capek kirjoitti näytelmän Rossum's Universal Robots (R.U.R). Tällöin käytettiin ensimmäisen kerran sanaa "robot". Slaavin kielisessä sana tarkoitti toimeenpantavaa työtä. Mielikuva roboteista mekaanisina artefakteina saivat alkunsa 1940-luvulla, kun kuuluisa venäläinen tieteilijä ajatteli robotin ihmisenä ilman tunteita. Robotin käytöksen mahdollittivat ihmisen ohjelmoivat aivot. (Siciliano, Sciavico, Villani & Oriolo 2009, 1-2.)

Robotit ovat koneita, jotka ovat kiinnostaneet ihmisiä läpi historian. Yleisesti ottaen ne ovat koneita tai laitteita, jotka työskentelevät automaattisesti tai kauko-ohjauksella. (Kurfess, 2005, 5.)

Kansainvälinen standardiorganisaatio (The International Organization for Standardization) luonnehtii robotin automaattiseksi uudelleen ohjelmoitavaksi monikäyttöiseksi manipulaattoriksi, jolla on vähintään kolme akselia. Amerikan robotti-instituutti kuvailee (The Robot Institute of America) robotin uudelleen ohjelmoitavaksi monipuoliseksi manipulaattoriksi, joka on suunniteltu liikuttamaan materiaaleja, kappaleita, työkaluja tai erikoislaitteita ennakkoon ohjelmoidun mukaan. (Kurfess, 2005, 1-1.)

Robotit määritellään usein tieteenä, joka käsittelee älykkyyden yhteyttä havaintokyvyn ja toiminnan välillä. Robotin olennaisimpiin mekaanisen järjestelmän osa-alueisiin kuuluvat liikuttavat osat sekä käsittelylaitteisto. Liikuttaviin osiin kuuluvat renkaat, jalat, sekä telaketjut. Käsittelylaitteistoon kuuluvat mekaaniset raajat, alalusta ja keinotekoiset kädet. (Siciliano ym. 2009, 2.)

Robottia määriteltäessä nostetaan usein esille kolme peruslakia:

- ❖ Robotti ei saa vahingoittaa ihmistä tai epäsuorasti edesauttaa ihmisen vahingoittumista.

- ❖ Robotin täytyy totella ihmisen antamia käskyjä, mikäli ne eivät ole ristiriidassa ensimmäisen lain kanssa.
- ❖ Robotin on suojeltava omaa olemassaoloaan niin kauan, kun suojele ei riko kahta ensimmäistä lakia. (Siciliano ym. 2009, 2.)

## **2.2 Robottien mekaaninen rakenne**

Robotit voidaan jakaa kahteen osaan niiden mekaanisen rakenteen mukaan. Ensimmäinen ryhmä on paikallaan pysyvät robotit, joita kutsutaan robottimanipulaattoreiksi. Toinen ryhmä on robotit, joissa on siirtymisen mahdollistava alustarakenne. Näitä robotteja kutsutaan liikkuviksi roboteiksi. (Siciliano ym. 2009, 3-4.)

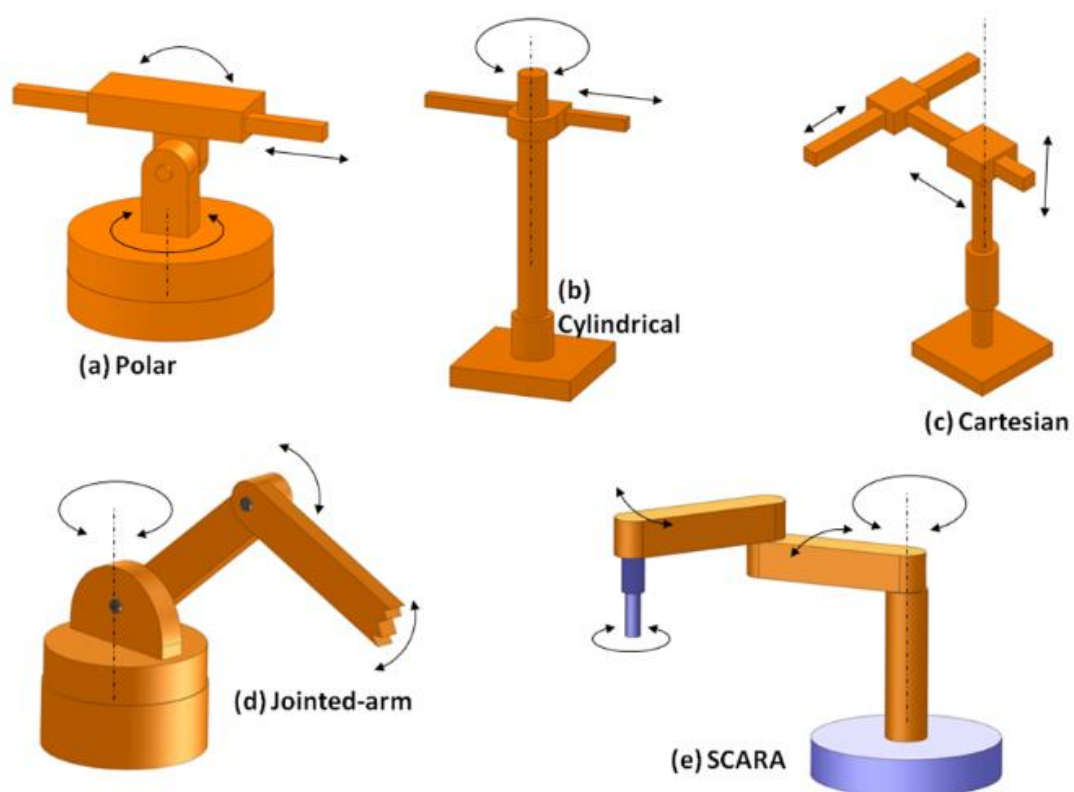
### **2.2.1 Manipulaattorit**

Manipulaattorin rakenne koostuu peräkkäisistä osista, jotka on koottu yhteen niveliillä. Kokonaisuudessa on kolme rakenteellista osaa, joita ovat käsivarsi, ranne ja työkalu. (Siciliano ym. 2009, 4-9.)

Tärkeimmät robottimanipulaattorit:

1. Karteesinen robotti (Cartesian)
2. Sylinterirobotti (Cylindrical)
3. Napakoordinaatisto robotti (Spherical, Polar)
4. SCARA-robotti (SCARA)
5. Käsivarsirobotti, Teollisuusrobotti (Anthropomorphic)
6. Rinnakkaisrakenteinen robotti (Parallel). (Siciliano ym. 2009, 4-9.)





Kuvio 1. Robottimanipulaattoreita. (NPTEL. [Viitattu: 5.1.2015].)



Kuvio 2. Rinnakkaisrakenteinen robotti ABB FlexPicker. (ABB 2015a)

### 2.2.2 Liikkuvat robotit

Liikkuvan robotin tärkein ominaisuus on alusta, joka mahdollistaa vapaan siirtymisen ympäristössä. Toisin kuin manipulaattorit nämä ovat useimmiten käytössä palvelutyössä, jossa vaaditaan jatkuvaa autonomista liikkumista. Mekaanisesti liikkuvat robotit koostuvat yhdestä tai useammasta jäykästä rungosta, sekä liikkumisen mahdollistavasta järjestelmästä. (Siciliano ym. 2009, 10–15.)



Kuvio 3. iRobot 310 SUGV, Yhdysvaltain armeijan liikkuva robotti. (iRobot 2015)

## 2.3 Robotin työskentelytila

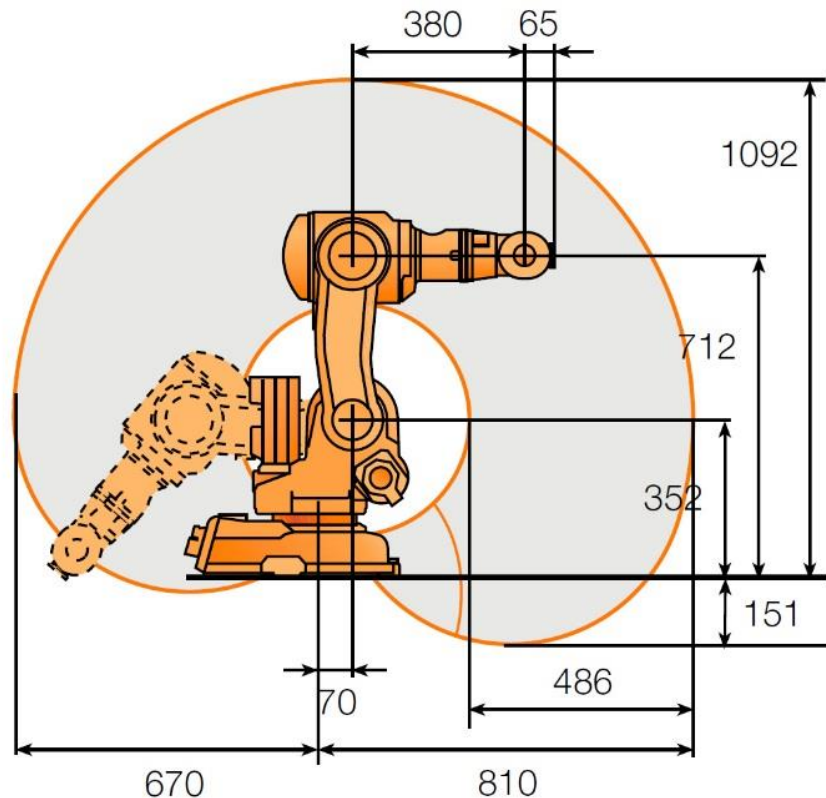
Robotin työskentelytilalla tarkoitetaan sitä aluetta, jolla robotin ala-alusta tai työkalu pystyy liikkumaan. Liikkuvan robotin työskentelytilaa ei ole rajoitettu, muuten kuin sen mukaan minne se pystyy liikkumaan. (Siciliano ym. 2009, 14.)

Työskentelytilan koko ja muoto riippuu täysin robotin rakenteesta, sekä sen niveltien mekaanisista rajoituksista. Delta-robotin työskentelytila voidaan laskea käänteistä kinematiikkaa käyttäen laskemalla ala-alustan kaikki mahdolliset sijainnit. (Mecademic. [Viitattu 12.1.2015].)

Kuvioista 4 ja 5 voidaan verrata teollisuusrobotin ja delta-robotin työskentelytiloja. Delta-robotilla on suhteellisen pieni työskentelytila verrattuna teollisuusrobottiin, jonka useampi nivel mahdollistaa paremman liikkuvuuden.



Kuvio 4. ABB IRB 360 ja sen työskentelytila. (Mecademic. [Viitattu: 12.1.2015].)



Kuvio 5. ABB IRB 140 -teollisuusrobotin työskentelytila. (ABB 2015b)

## 2.4 Delta-robotti

1980- luvun alussa Reymond Clavel sai loistavan idean käyttää suunnikkaita rakentakseen rinnakkaisrakenteisen robotin. Vastoin muualla julkaistuja mielipiteitä, on tämä hänen oma inspiraationsa, eikä tule professori Williard L. Pollardin 1942 patentoimasta mekanismista. Clavelin keksintöä kutsutaan Delta-robotiksi ja vuosikymmenen vaihteessa se oli vakiinnuttanut asemansa yhtenä menestyneimmistä rinnakkaisrakenteisista roboteista. Delta-robotti sisältää 36 eri patenttia. Patenteista tärkein on WIPO-patentti, joka julkaistiin 18.6.1987 ([WO 87/03528](#)). Patentti julkaistiin Yhdysvalloissa 11.12.1990 ([US 4,976,582](#)) ja Euroopassa 17.7.1991 ([EP 0 250 470](#)). Nämä patentit suojaavat keksinnön Yhdysvalloissa, Kanadassa, Japanissa, sekä suurimassa osassa Läntisen Euroopan maissa. (Parallelemic. [Viitattu 12.1.2015].)

Delta-robotin historia markkinoilla on pitkä. Kaikki alkoi vuonna 1983, kun sveitsiläiset veljekset Marc-Oliver ja Pascal Demarex perustivat Demarex-nimisen yhtiön. Yhtiö sijaitsi Romanel-sur-Lausannen kaupungissa Sveitsissä. Vuonna 1987 veljekset ostivat lisenssin Delta-robotin valmistukseen. Heidän tavoitteenaan oli kaupallistaa rinnakkaisrakenteinen robotti pakkausteollisuudelle. Delta-robotin lisenssi kattoi Delta-robotit, joiden koko oli alle 800 millimetriä. Monien vuosien jälkeen Demarex sai merkittävän aseman tällä uudella vaikealla markkina-alalla. Yhtiön tuote kävi läpi lukemattomia muutoksia ja neljä eri versiota sovelluksesta saatiin markkinoille nimillä Pack-Placer, Line-Placer, Top-Placer ja Presto. Vuonna 1996 Demarex osti kattavamman lisenssin Delta-roboteille. Ennen kuin kauppa oli varmistunut, oli lisenssi Delta-robotista myyty myös toiselle yhtiölle. Lisenssi suurempia robotteja varten oli myyty AID-nimiselle yhtiölle, joka myöhemmin jälleen möi sen DeeMed-nimiselle yhtiölle. DeeMedin osti myöhemmin ruotsalainen Elekta. Elekta erikoistuu kirurgiseen alaan, ja valmistaa Delta-robotteja kantamaan 20 kg painavia mikroskooppeja (*SurgiScope*). Loppuvuodesta 1999 Delta-robotiteknologia myytiin Medtronicille. Ennen SurgiScopen myyntiä Elekta neuvotteli Delta-robotin lisenssin myynnistä Zurichissa sijaitsevan kansainvälisen ABB-ryhmittymän kanssa. ABB sai lisenssin valmistaa suurempia Delta-robotteja. Samaan aikaan Demarex olisi halunnut alkaa tuottamaan suuremman mittaluokan robotteja (1200 mm), mutta heidän lisenssin ei kattanut sitä, joten he ostivat yksinoikeuden alle 800 mm:n roboteille. (Parallemic. [Viitattu 12.1.2015].)

ABB Flexible Automation valmisti Delta-robotin vuonna 1999 nimellä IRB 340 FlexPicker. FlexPicker tähtäsi kolmelle eri teollisuudenalalle: ruoka-, lääke- ja elektroniikkateollisuus. FlexPicker on varustettu integroidulla imutoiminnolla, joka mahdollistaa nopean poiminnan ja irrotuksen tuotteille, jotka painavat maksimissaan yhden kilogramman. Robottia ohjaa konenäköjärjestelmä, jonka mahdollistavat Cognex ja ABB S4C. Robotti voidaan vaihtoehtoisesti varustaa myös Adept Technologyn liikeohjaimella ja näköjärjestelmällä. Saavutettavat nopeudet ovat 10 m/s ja 3,6 astetta/s. Tämä tarkoittaa noin 150 nostoa minuutissa. Kiihtyvyys on jopa 100 m/s. Robotti tulee kahtena eri versiona, joista toinen on hygieeniseen ympäristöön tehty korroosion kestävä ja pestävä versio. (Parallemic. [Viitattu 12.1.2015].)

Delta-robottia käytetään yleisesti teollisuudessa erittäin nopeaan poimintatyöskentelyyn suurilla linjastoilla. Rinnakkaisrakenteisia robotteja on käytössä määrällisesti vähemmän kuin sarjarakenteellisia. Rinnakkaisrakenteisista roboteista on useampia variaatioita. (Mecademic. [Viitattu: 12.1.2015].)

#### **2.4.1 Delta-robotin rakenne**

Delta-robotin kevyt rakenne mahdollistaa suuren liikkumisnopeuden. Tämä tekee siitä täydellisen vaihtoehdon nouki ja aseta-tyyppisiin toimenpiteisiin kevyille tuotteille noin 10 grammasta yhteen kiloon. Markkinoilla saatavilla olevat Delta-robotit toimivat yleensä lieriömäisessä työskentelytilassa, jonka halkaisija on 1 m ja korkeus 20 cm. (Parallemic. [Viitattu: 12.1.2015].)

Delta-robotin rakenne on hyvin yksinkertainen. Yleisin rakenne koostuu kiinnitysalustasta, jossa on kiinni kolme moottoria. Jokaiseen moottoriin on kytketty yksi kaksiosainen raaja. Raajan alempi osa koostuu kahdesta rinnakkain olevasta varresta. Alemmat raajat kiinnittyvät huomattavasti kiinnitysalustaa pienempään kolmion muotoiseen ala-alustaan. Ala-alusta pystyy liikkumaan koordinaatistossa x-, y- ja z- suuntiin. Toimilaitteina voidaan käyttää joko lineaarisia tai yleisempiä pyörittäviä moottoreita. Raajojen materiaalina käytetään usein erittäin kevyttä komposiittimateriaalia, jotta robotti pysyy nopeana. (Taghirad, 2013. 17–18.)



Kuvio 6. Nitekin Green picker lineaarinen Delta-robotti. (Nitek 2010)

#### **2.4.2 Delta-robotin käyttökohteet**

Delta-robottia käytetään muun muassa lääke-, elektroniikka- ja ruokateollisuudessa. Edellä mainitut teollisuudenalat arvostavat Delta-robotin äärimmäisen nopeaa ja tarkkaa työskentelyä. Delta-robottia käytetään erityisesti poiminta- ja pakkaustyöhön. Delta-robotti asennetaan normaalisti liikuteltavien tuotteiden yläpuolelle. (RobotWorx. [Viitattu: 19.1.2015].)



Kuvio 7. Fanucin valmistamat Delta-robotin pakkaavat tuotteita laatikoihin. (Healthcare Packaging 2014)

Delta-robotista on olemassa versio, jota käytetään apuna neurokirurgiassa. Tätä kirurgin apuna käytettävää versiota kutsutaan nimellä SurgiScope. Kirurgi käyttää sitä apuna leikkauksissa, siinä on mikroskooppi ja leikkaukseen vaadittavia työkaluja. SurgiScopea ohjataan helposti käytettävällä kosketusnäytöllä. (ISIS. [Viitattu 19.1.2015].)





Kuvio 8. SurgiScope käytössä leikkauksessa. (Parallelemic. [Viitattu: 12.1.2015].)

#### **2.4.3 Delta-robotin hyvät ja huonot puolet**

Delta-robotin suurin vahvuus on sen kevyestä rakenteesta johtuva äärimmäinen nopeus ja tarkkuus. Robotti pystyy siirtämään kappaleita erittäin nopeasti ja tarkasti paikasta toiseen. Delta-robotin rakenne on myös sen vahvuus. Avoin ja yksinkertainen rakenne on mahdollistavat liikkeiden seuraamisen. Delta-robotin rakenteessa

raajat eivät joudu kannattelemaan kuorman lisäksi myös moottoreita. Tämä mahdollistaa omaan painoon nähden painavien kappaleiden nostamisen. (Maya, Castillo, Lomeli, Gonzáles-Galván & Cárdenas, 2012, 1-2.)

Delta-robotin huonoina puolina voidaan pitää huonoa kustannustehokkuutta. Tämä perustuu monimutkaiseen kinematiikkaan, melko kalliisiin ohjausjärjestelmiin ja suhteellisen pieneen työskentelytilaan. (Maya ym. 2012, 2.)



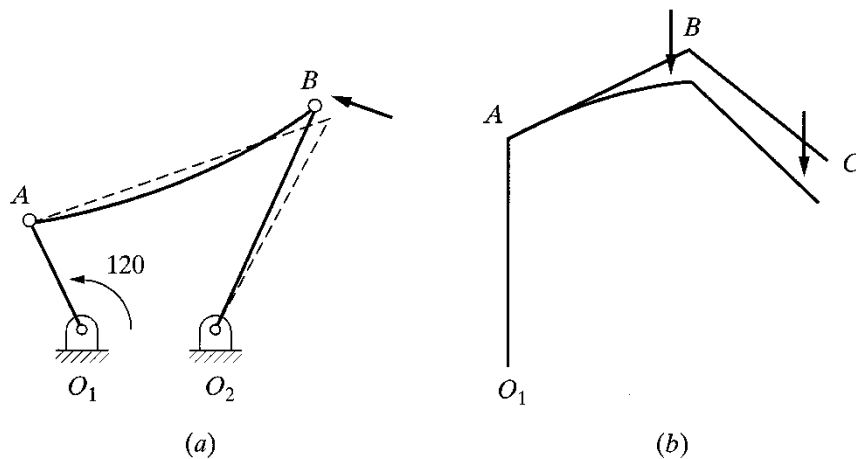
Kuvio 9. DeltaMakerin lineaarinen Delta-robotti 3D-tulostamiseen. (DeltaMaker 2015)

### 3 KINEMATIikka

#### 3.1 Kinematiikka yleisesti

Robottien rakenteessa käsivarret muodostavat kinemaattisen ketjun, johon kuuluu kaikki käsivarren osat. Kinemaattinen ketju voi olla joko avoin tai suljettu. Kinemaattinen ketju on avoin silloin, kun se sisältää vain yhdessä sarjassa olevia kappaleita. Kinemaattinen ketju on suljettu silloin, kun kappaleet muodostavat suljetun silmuksen. Delta-robotissa on suljettu kinemaattinen ketju, ja esimerkiksi teollisuusrobotissa on avoin kinemaattinen ketju. (Siciliano ym. 2009, 58.)

Delta-robotin mekaniikan suunnittelussa tärkeä osa on kinematiikka. Kinematiikka käytetään robotin käsivarsien ja ala-alustan paikkojen määrittämiseen robotin omassa koordinaatistossa. Kinematiikan laskemiseen on kaksi eri tapaa, joita molempia tarvitaan, on suora kinematiikka sekä käänteinen kinematiikka. (Siciliano ym. 2009, 58.)

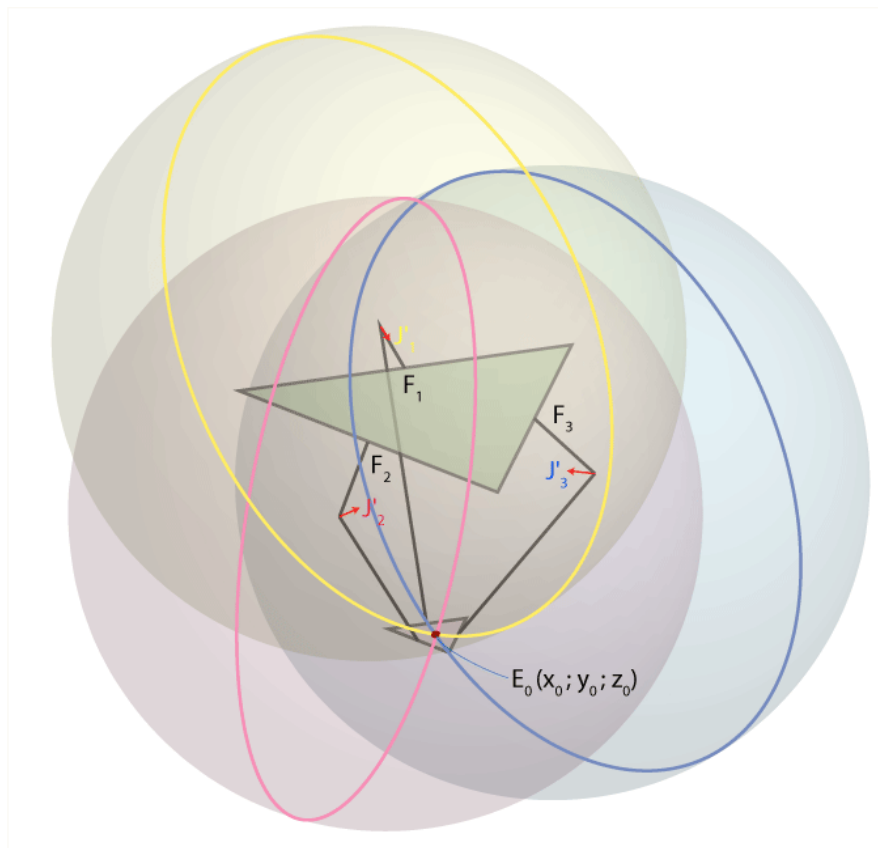


Kuvio 10. Suljettu kinemaattinen ketju (a) ja avoin kinemaattinen ketju (b). (Introduction to robotics 2013)

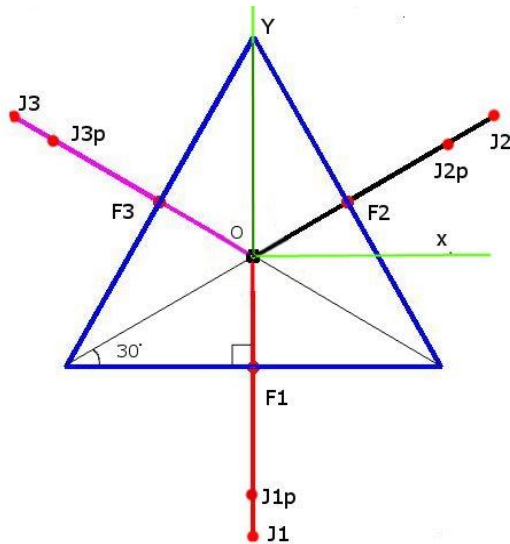
### 3.2 Suora kinematiikka

Suorassa kinematiikassa käsivarsien nivelten kulmat on tiedossa, joten täytyy löytää ala-alustan keskipisteen  $E_0$ :n koordinaatit  $(x_0, y_0, z_0)$  (Trossen Robotics Community, [Viitattu: 5.1.2015]).

Kun tiedetään kulmat  $\theta_1, \theta_2$  ja  $\theta_3$ , on helppo löytää pisteiden  $J_1, J_2$  ja  $J_3$  koordinaatit. Suorat  $J_1E_1, J_2E_2$  ja  $J_3E_3$  luovat kolme palloa, joiden keskipisteinä ovat  $J_1, J_2$  ja  $J_3$ . Näiden pallojen säde on  $re$ . Näiden kolmen pallon keskipisteet liikutetaan pisteisiin  $J_1', J_2'$  ja  $J_3'$  käyttäen siirtymisvektoreita  $\overline{E_1E_0}, \overline{E_2E_0}$  ja  $\overline{E_3E_0}$ . Tämän jälkeen nämä kolme palloa kohtaavat toisensa pisteessä  $E_0$ . Ylemmän tasasivuisen kolmion sivun pituus on  $f$  ja alemman tasasivuisen kolmion sivun pituus on  $e$ .



Kuvio 11. Suorat  $J_1E_1, J_2E_2$  ja  $J_3E_3$  luovat kolme palloa (Trossen Robotics Community, [Viitattu: 5.1.2015].)



Kuvio 12. Delta-robotin piirros ylhäältäpäin

Ensimmäiseksi lasketaan paikka pisteelle  $J1p$ . Kun pisteen  $J1p$  sijainti on tiedossa, löydetään pisteiden  $J2p$  ja  $J3p$  sijainnit pyörittämällä  $\pm 120^\circ$  XY-tasossa.

$$OF1 = OF2 = OF3 = \frac{f}{2\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$J1p = J1 + [0, \frac{e}{2\sqrt{3}}, 0] \quad (2)$$

$$= (x1, y1, z1) \quad (3)$$

$$J2p = J2 + [x0, y0, 0] \quad (4)$$

$$= (x2, y2, z2) \quad (5)$$

$$\begin{cases} x0 = X0 * \cos(120^\circ) - Y0 * \sin(120^\circ) \\ y0 = X0 * \sin(120^\circ) + Y0 * \cos(120^\circ) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} X0 = J2(1) \\ Y0 = J2(2) \end{cases} \quad (7)$$

$$J3p = J3 + [x0, y0, 0] \quad (8)$$

$$= (x3, y3, z3) \quad (9)$$

$$\begin{cases} x0 = X0 * \cos(-120^\circ) - Y0 * \sin(-120^\circ) \\ y0 = X0 * \sin(-120^\circ) + Y0 * \cos(-120^\circ) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} X0 = J3 (1) \\ Y0 = J3 (2) \end{cases} \quad (11)$$

Kun on tiedossa pisteet  $J1p$ ,  $J2p$  ja  $J3p$  voidaan laskea ala-alustan sijainti. Ala-alustan sijainti eli arvot muuttujille  $x0$ ,  $y0$  ja  $z0$ .

$$a1 = \frac{1}{d} * (-(z2 - z1) * (y3 - y1) + (z3 - z1) * (y2 - y1)) \quad (12)$$

$$b1 = \frac{1}{2d} * ((w2 - w1) * (y3 - y1) - (w3 - w1) * (y2 - y1)) \quad (13)$$

$$a2 = \frac{1}{d} * ((z2 - z1) * x3 - (z3 - z1) * x2) \quad (14)$$

$$b2 = \frac{-1}{2d} * ((w2 - w1) * x3 - (w3 - w1) * x2) \quad (15)$$

$$wi = xi^2 + yi^2 + zi^2 \quad (16)$$

$$a = a1^2 + 2a2^2 + 1 \quad (17)$$

$$b = 2 * ((a1 * b1) + a2 * (b2 - y1) - z1) \quad (18)$$

$$c = b1^2 + (b2 - y1)^2 + z1^2 - re^2 \quad (19)$$

$$d = \sqrt{(b^2 - 4 * a * c)} \quad (20)$$

$$z0 = \frac{(-b-d)}{(2*a)} \quad (21)$$

$$x0 = a1 * z0 + b1 \quad (22)$$

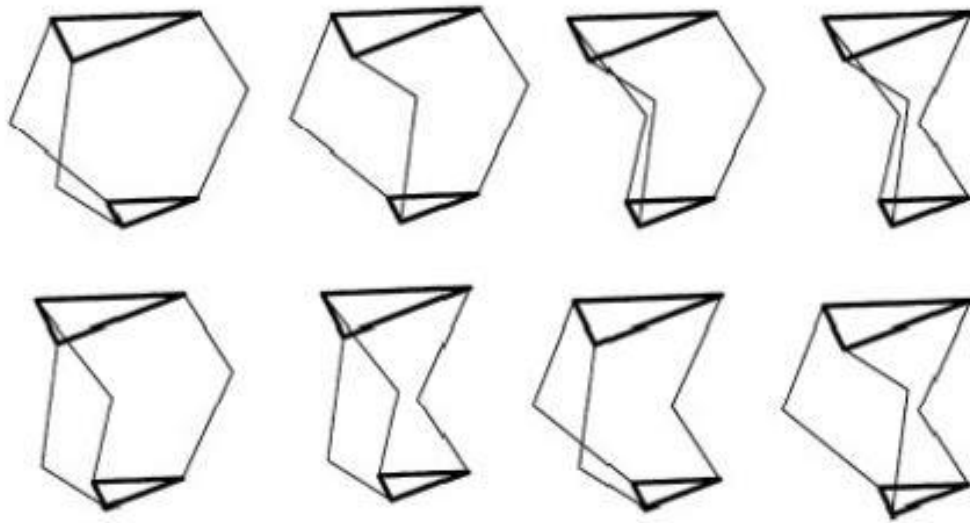
$$y0 = a2 * z0 + b2 \quad (23)$$

$$E0 = [x0, y0, z0] \quad (24)$$

### 3.3 Käänteinen kinematiikka

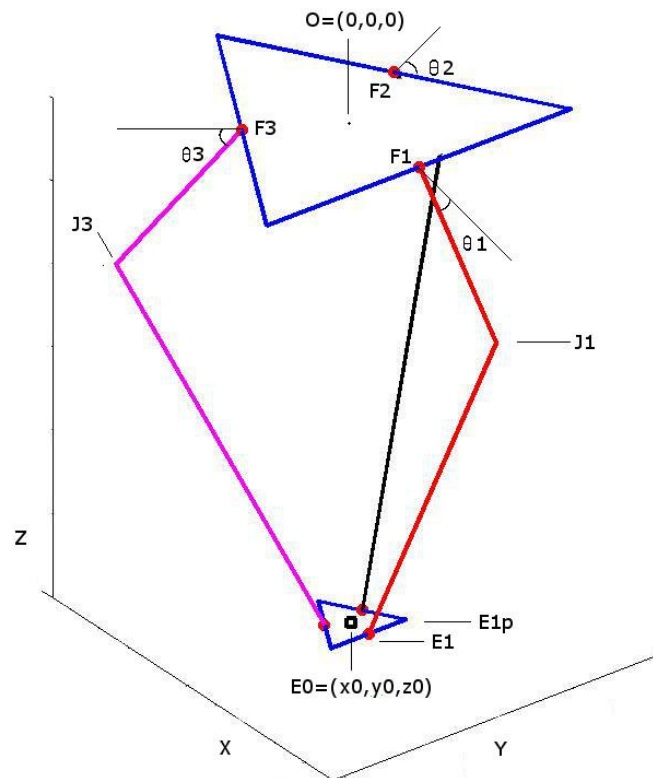
Käänteisen kinematiikan ongelma on robotin käsivarsien määrittäminen, kun tiedetään ala-alustan sijainti eli sen x-, y- ja z-koordinaatit. Käänteisellä kinematiikalla

löytyy ratkaisu vain silloin, kun ala-alusta sijaitsee robotin työskentelytilan sisällä.  
(Siciliano ym. 2009, 90–91.)



Kuvio 13. Delta-robotin raajojen 8 mahdollista asentoa yhdellä ala-alustan sijainnilla. (Olsson. 2009)

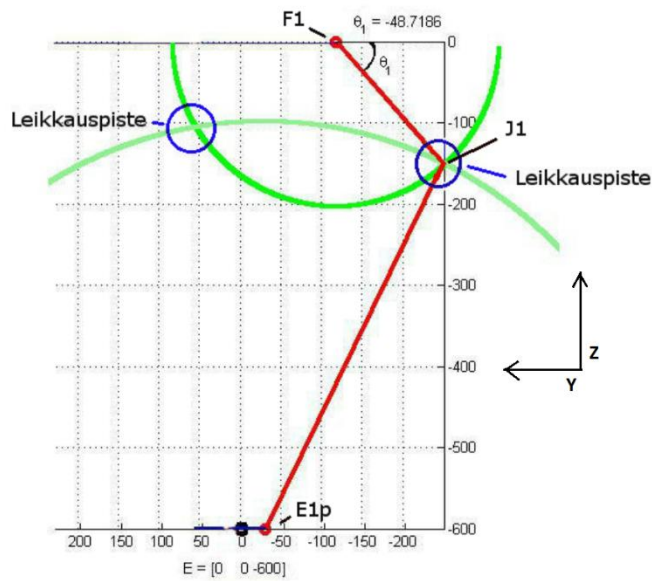
Käänteisessä kinematiikassa suurin ongelma on se, että jollakin halutulla ala-alustan paikalla ei välttämättä ole ratkaisua. Yhdellä ala-alustan paikalla ratkaisuja saat-  
taa olla vain yksi tai monia. (Kurfess. 2005, 3-1.)



Kuvio 14. Delta-robotin MATLAB-kuva

Jotta voidaan laskea kulmat  $\theta_1, \theta_2$  ja  $\theta_3$ , täytyy tietää pisteiden J1, J2 ja J3 koordinaatit. J1:n koordinaatit saadaan kahden ympyrän leikkauspisteistä. Ensimmäisen ympyrän keskipiste on F1 ja säde on  $rf$ . Toisen ympyrän keskipiste on E1p ja säde on  $\sqrt{re^2 - x_0^2}$ . Ympyröillä on kaksi leikkauspistettä. Leikkauspisteistä valitaan se, jolla on pienempi y:n arvo. Pienemmän y:n arvon valinta tehdään sen takia, etteivät robotin raajat pääsisi koskemaan toisiinsa. Ylemmän tasasivuisen kolmion sivun pituus on  $f$  ja alemman tasasivuisen kolmion sivun pituus on  $e$ .





Kuvio 15. Piirros Delta-robotista. Käänteinen kinematiikka sivusta

$$F1 = (0, \frac{-f}{2\sqrt{3}}, 0) \quad (25)$$

$$E = (x0, y0, z0) \quad (26)$$

$$E1 = (x0, y0 - \frac{e}{2\sqrt{3}}, z0) \quad (27)$$

$$E1p = x0 + \frac{e}{2}, y0 - \frac{e}{2\sqrt{3}}, z0 \quad (28)$$

$$\overline{EE1} = \frac{e}{2\sqrt{3}} \quad (29)$$

$$\overline{F1J1} = rf \quad (30)$$

$$\overline{J1E1} = re \quad (31)$$

$$\overline{J1E1p} = \sqrt{re^2 - x0^2} \quad (32)$$

Ensimmäinen kulma saadaan laskettua kaavalla

$$\theta_1 = \text{atan} * \left( \frac{zJ1}{yF1 - yJ1} \right) \quad (33)$$



## 4 DELTA-ROBOTIN RAKENTEEN MATERIAALI

### 4.1 Alumiini- vai hiilikuiturakenne

Delta-robotin rakennetta suunnitellessa yksi suurimmista päätöksistä on rakenteen materiaalin valinta. Kiinnitysalustan materiaalilla ei ole läheskään niin suurta merkitystä, koska se pysyy paikallaan. Raajojen ja ala-alustan materiaali on huomattavasti tärkeämpi, koska ne liikkuvat. Raajojen ja ala-alustan täytyy olla mahdollisimman kevyitä, jottei kaikki moottorien voima menee niiden liikuttamiseen. Hyviä vaihtoehtoja Delta-robotin materiaaliksi on alumiini ja hiilikuitu. Molemmista materiaaleista on paljon erilaisia seoksia, mutta silti niiden ominaisuuksia voidaan pääpiirteissään vertailla.

Alumiinin ja hiilikuidun ominaisuudet vertailussa

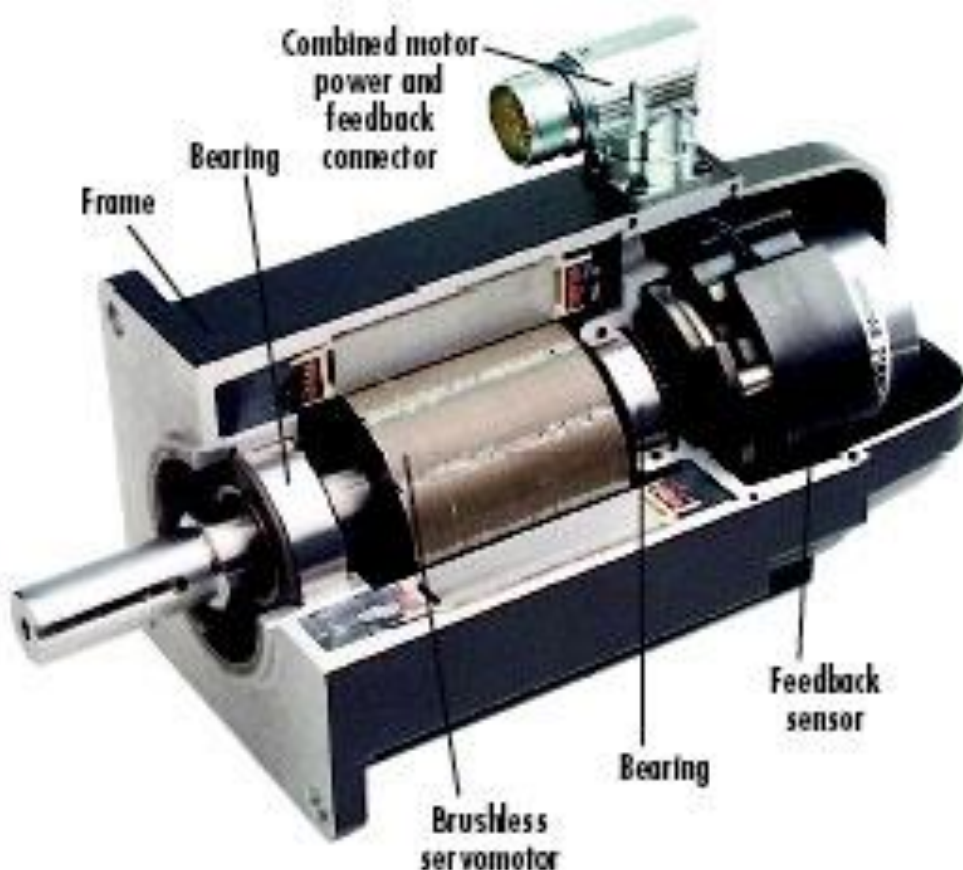
- Alumiini ja hiilikuitu ovat molemmat kestäviä ja vahvoja materiaaleja
- Alumiini on hiilikuitua raskaampaa
- Hiilikuidulla parempi lujuus-paino-suhde
- Alumiini menee mutkalle, mutta hiilikuitu ei.
- Alumiini kestää hyvin lämpötilaeroja, kun taas hiilikuitu voi särkyä kylmässä ja epämuodostua korkeassa lämpötilassa
- Alumiini on edullista, kun taas hiilikuitu on erittäin kallista. (DifferenceBetween.net 2010.)

### 4.2 Materiaalin valinta

Tässä projektissa Delta-robotti tullaan valmistamaan pääosin alumiinista. Alumiinin valintaan ohi hiilikuidun vaikutti kaikkein oleellisimmin hinta. Alumiini on erittäin paljon halvempaa kuin hiilikuitu. Alumiiniset osat voidaan myös itse työstää Seinäjoen ammattikorkeakoulun tiloissa.

## 5 SERVOMOOTTORI

Servomoottori nimenä ei kuvasta suoranaisesti itse moottoria vaan ennemminkin sitä, kuinka moottoria käytetään ja hallitaan. Servomoottorin kokonaisuuden kolme yleisimmin sisältämää komponenttia ovat moottori, anturi ja servovahvistin. Servomoottorin toiminnan perusteena on niin sanottu negatiivinen palaute, joka saadaan takaisinkytkennän avulla. Moottori, anturi ja servovahvistin yhdessä muodostavat suljetun silmukan. Anturi tarkkailee moottorin asentoa ja välittää tiedon servovahvistimelle. Mikäli moottorin asento ei ole annetun komennon mukainen, moottori itse korjaa asennon. Servomoottorit voidaan jakaa DC- ja AC-servomoottoreihin eli tasasähköä ja vaihtosähköä käyttäviin. Servomoottoreita käytetään laajalti robottien lisäksi myös radio-ohjattavissa pienoismalleissa. (Bartłomiej & Mateusz. 2010.)



Kuvio 17. Servomoottorin rakenne. (Ampion. [Viitattu: 6.3.2015].)

## 6 YHTEENVETO JA POHDINTA

Tämä opinnäytetyö on tehty Seinäjoen ammattikorkeakoululle, joka haluaa antaa opiskelijoilleen parhaat mahdolliset välineet opiskelun tueksi. Tämän opinnäytetyön tavoitteena on suunnitella mekaniikka Delta-robotille, joka tulee opetuskäyttöön Seinäjoen ammattikorkeakoululle insinöörikoulutukseen.

Opinnäytetyössä esitellään yleisesti robotiikkaa, jonka jälkeen keskitytään Delta-robottiin. Delta-robottia on pyritty selvittämään laajasti sisältäen sen historian, rakenteen ja vahvuudet. Robottia suunnitellessa täytyy ottaa huomioon sen kinematiikka. Delta-robotin kinematiikasta käytiin läpi sekä suora kinematiikka että käänteinen kinematiikka.

Työssä haasteita toi kirjallisuuden löytäminen. Robotiikasta yleisesti löytyi hyvin kirjallisuutta, toisin kuin Delta-robotista. Delta-robotista ei ole paljoa saatavilla kirjallisuutta, joten suurin osa lähteistä on englanninkielisistä nettiartikkeleista. Englanninkielisissä artikkeleissa esiintyi joitain sanoja, joille joutui itse kehittämään suomenkielisen vastineen. Tässä opinnäytetyössä selkeästi haastavinta ja aikaa vievintä on kinematiikan laskeminen. Sekä suoran kinematiikan että käänteisen kinematiikan selvittäminen ja laskeminen veivät erittäin paljon aikaa.

Opinnäytetyön lopputuloksena saatiin Delta-robotin esittely, sekä sen mekaniikan suunnittelua varten tarvittavat tiedot. Delta-robotin rakenteen materiaaliksi päädyttiin valitsemaan alumiini, koska se on huomattavasti edullisempaa kuin hiilikuitu. Tämän opinnäytetyön pohjalta voidaan Delta-robotille suunnitella mekaniikka. Delta-robotin suunnittelua voidaan viedä tästä opinnäytetyöstä pidemmälle rakentamalla siitä konkreettinen malli ja ohjelmoimalla robotille liikkeit.

## LÄHTEET

- ABB. 2015a. IRB 360 FlexPicker. [Verkkolähde]. ABB. [Viitattu 19.1.2015]. Saatavissa: <http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-360>
- ABB. 2015b. Technical data for the IRB 140 industrial robot. [Verkkolähde]. ABB. [Viitattu 19.1.2015]. Saatavissa: <http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-360>
- Ampion. Ei päiväystä. Common servo motor failures. [Verkkolähde]. [Viitattu 6.3.2015]. Saatavissa: <http://www.industrialelectronicsrepairs.com/servo-motor-repair.php>
- Bartlomiej, B. & Mateusz, C. 2010. The conception and the implementation of control system for servomotor with application of local area network. AGH University of Science and Technology. Diplomityö.
- DeltaMaker. 2015. DeltaMaker: An Elegant 3D Printer. [Verkkolähde] DeltaMaker. [Viitattu: 26.1.2015]. Saatavissa: <http://www.deltamaker.com/products/deltamaker-delta-robot-3d-printer>
- DifferenceBetween.net. 2010. Difference between aluminum and carbon fiber. [Verkkolähde]. DifferenceBetween.net. [Viitattu: 11.3.2015]. Saatavissa: <http://www.differencebetween.net/object/difference-between-aluminum-and-carbon-fiber/>
- Healthcare Packaging. 2014. Schneider Packaging Equipment CO.: Robotic equipment. [Verkkolähde]. Healthcare Packaging. [Viitattu: 5.1.2015]. Saatavissa: <http://www.healthcarepackaging.com/machinery/cartoning/schneider-packaging-equipment-co-robotic-equipment>
- Introduction to robotics. 2013. [Verkkolähde]. Eastern Mediterranean University. Faculty of engineering. Department of electrical and electronic robotics. [Viitattu: 6.3.2015]. Saatavissa: <http://opencourses.emu.edu.tr/mod/resource/view.php?id=596&redirect=1>
- iRobot. 2015. iRobot 310 SUGV. [Verkkolähde]. iRobot. [Viitattu 5.1.2015]. Saatavissa: <http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-140/irb-140-data>
- ISIS. Ei päiväystä. SURGISCOPE SOLUTION. [Verkkolähde]. ISIS. [Viitattu: 26.1.2015]. Saatavissa: <http://www.isis-robotics.com/en/surgiscope-solution.html>

- Kurfess, T. 2005. Robotics and automation handbook. Boca Raton: CRC Press.
- Maya, M., Castillo, E., Lomeli, A., Gonzáles-Galván, E. & Cárdenas, A. 2012. Workspace and payload-capacity of a new reconfigurable Delta parallel robot. [Verkkolähde]. InTech 2012. [Viitattu 5.1.2015]. Saatavissa: <http://cdn.intechopen.com/pdfs/42190.pdf>
- Mecademic. 2014. What is a parallel robot? [Verkkolähde]. Mecademic. [Viitattu 12.1.2015]. Saatavissa: <http://www.mecademic.com/What-is-a-parallel-robot.html>
- Nitek. 2010. Green Picker Linear Delta Robot. [Verkkolähde]. Nitek Linear motors. [Viitattu: 5.1.2015]. Saatavissa: [http://www.nitek.it/green-picker-linear-delta-robot\\_prd\\_pr3\\_45\\_94\\_eng.aspx](http://www.nitek.it/green-picker-linear-delta-robot_prd_pr3_45_94_eng.aspx)
- NPTEL. Ei päiväystä. CNC programming and industrial robotics. [Verkkolähde]. National programme technology enhanced learning. [Viitattu 5.1.2015]. Saatavissa: <http://nptel.ac.in/courses/112103174/module7/lec5/3.html>
- Olsson, A. 2009. Modelling and control of a Delta-3 robot. Lund University. Department of Automation Control. Diplomityö.
- Parallemic. 2014. Delta Parallel Robot – the Story of Success. [Verkkolähde]. Parallemic. [Viitattu 12.1.2015]. Saatavissa: <http://www.parallemic.org/Reviews/Review002.html>
- Poppeová, V., Uricek, J., Bulej, V. & Sindler, P. 2011. Delta robots – Robots for high speed manipulation. [Verkkolähde]. Technical Gazette, 18. [Viitattu: 5.1.2015]. Saatavissa: [hrcak.srce.hr/file/107018](http://hrcak.srce.hr/file/107018)
- RobotWorx. Ei päiväystä. Industrial Delta Robots Picking Up. [Verkkolähde]. RobotWorx. [Viitattu: 5.1.2015]. Saatavissa: <http://www.robots.com/blog/viewing/industrial-delta-robots-picking-up>
- Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L. & Oriolo, G. 2009. Robotics. Lontoo: Springer-Verlag London Limited.
- Taghirad, H. 2013. Parallel robots: mechanics control. Boca Raton: CRC Press
- Trossen Robotics Community. 2009. Delta robot kinematics. [Verkkolähde]. Trossen Robotics Community. [Viitattu: 4.3.2015]. Saatavissa: <http://forums.trossenrobotics.com/tutorials/introduction-129/delta-robot-kinematics-3276/> Vaatii rekisteröitymisen.

## LIITTEET

Liite 1. Delta-robotin suoran kinematiikan kaavat MATLAB.

Liite 2. Delta-robotin käänteisen kinematiikan kaavat MATLAB.



## Liite 1. Suora kinematiikka

```

clear

f=400
e=100
rf=200
re=500

th1=2.86
th2=2.86
th3=2.86

OF1=f/2*tand(30)
OF2=OF1
OF3=OF1

F1=[0,-OF1,0]
X0=F1(1)
Y0=F1(2)
x0=X0*cosd(-120)-Y0*sind(-120)
y0=X0*sind(-120)+Y0*cosd(-120)
F3=[x0 y0 0]
x0=X0*cosd(120)-Y0*sind(120)
y0=X0*sind(120)+Y0*cosd(120)
F2=[x0 y0 0]

F3p=[-f/2 -f/2*tand(30) 0]
F1p=[f/2 -f/2*tand(30) 0]
X0=F1p(1)
Y0=F1p(2)
x0=X0*cosd(120)-Y0*sind(120)
y0=X0*sind(120)+Y0*cosd(120)
F2p=[x0 y0 0]

J1=F1+[0,-rf*cosd(th1),rf*sind(th1)]

J2=F1+[0,-rf*cosd(th2),rf*sind(th2)]
X0=J2(1)
Y0=J2(2)
x0=X0*cosd(120)-Y0*sind(120)
y0=X0*sind(120)+Y0*cosd(120)
J2=[x0 y0 J2(3)]

J3=F1+[0,-rf*cosd(th3),rf*sind(th3)]
X0=J3(1)
Y0=J3(2)
x0=X0*cosd(-120)-Y0*sind(-120)

```

```

y0=X0*sind(-120)+Y0*cosd(-120)
J3=[x0 y0 J3(3)]

J1p=J1+[0,e/2*tand(30),0]

X0=0
Y0=e/2*tand(30)
x0=X0*cosd(120)-Y0*sind(120)
y0=X0*sind(120)+Y0*cosd(120)
J2p=J2+[x0 y0 0]

X0=0
Y0=e/2*tand(30)
x0=X0*cosd(-120)-Y0*sind(-120)
y0=X0*sind(-120)+Y0*cosd(-120)
J3p=J3+[x0 y0 0]

x1=J1p(1)
y1=J1p(2)
z1=J1p(3)
w1=norm(J1p)^2
x2=J2p(1)
y2=J2p(2)
z2=J2p(3)
w2=norm(J2p)^2
x3=J3p(1)
y3=J3p(2)
z3=J3p(3)
w3=norm(J3p)^2

d=-(y2-y1)*x3+(y3-y1)*x2
a1=1/d*(-(z2-z1)*(y3-y1)+(z3-z1)*(y2-y1))
b1=1/(2*d)*((w2-w1)*(y3-y1)-(w3-w1)*(y2-y1))

a2=1/d*((z2-z1)*x3-(z3-z1)*x2)
b2=-1/(2*d)*((w2-w1)*x3-(w3-w1)*x2)

a=a1^2+a2^2+1
b=2*(a1*b1+a2*(b2-y1)-z1)
c=b1^2+(b2-y1)^2+z1^2-re^2

d=sqrt(b^2-4*a*c)

z0=(-b-d)/(2*a)

x0=a1*z0+b1
y0=a2*z0+b2

```

```

E0=[x0 y0 z0]

EE1=e/2*tand(30)

E1p=[x0+e/2,y0-EE1,z0]
E3p=[x0-e/2,y0-EE1,z0]
E2p=[x0,y0-EE1+e/2*tand(60),z0]

E1=(E1p+E3p)/2
E2=(E1p+E2p)/2
E3=(E2p+E3p)/2

F=[F1;F2;F3;F1]
E=[E1;E2;E3;E1]
Ep=[E1p;E2p;E3p;E1p]
Fp=[F1p;F2p;F3p;F1p]
F1J1E1=[F1;J1;E1]
F2J2E2=[F2;J2;E2]
F3J3E3=[F3;J3;E3]

figure(1)
plot3(F(:,1),F(:,2),F(:,3),'ro','LineWidth',3)
hold
plot3(E(:,1),E(:,2),E(:,3),'ro','LineWidth',3)
plot3(Ep(:,1),Ep(:,2),Ep(:,3),'LineWidth',3)
plot3(Fp(:,1),Fp(:,2),Fp(:,3),'LineWidth',3)
plot3(E0(:,1),E0(:,2),E0(:,3),'ks','LineWidth',3)

h(1)=plot3(F1J1E1(:,1),F1J1E1(:,2),F1J1E1(:,3),'r','LineWidth',3)
h(2)=plot3(F2J2E2(:,1),F2J2E2(:,2),F2J2E2(:,3),'k','LineWidth',3)
h(3)=plot3(F3J3E3(:,1),F3J3E3(:,2),F3J3E3(:,3),'m','LineWidth',3)
hold off

title(['\theta_1 = ',num2str(th1),', \theta_2 = ',num2str(th2),',',
'\theta_3 = ',num2str(th3),', E = [ ',num2str(E0),' ]'])
legend(h,'\theta_1','\theta_2','\theta_3')
grid
axis equal
xlabel('x')
ylabel('y')

E1J1=norm(E1-J1)
E2J2=norm(E2-J2)
E3J3=norm(E2-J2)
re

```

## Liite 2. Käänteinen kinematiikka

```

clear

f=400
e=100
rf=200
re=500

x0=0
y0=0
z0=-400
E0=[x0 y0 z0]

x00=x0
y00=y0

EE1=e/2*tand(30)

E1p=[x0+e/2,y0-EE1,z0]
E3p=[x0-e/2,y0-EE1,z0]
E2p=[x0,y0-EE1+e/2*tand(60),z0]

E1=(E1p+E3p)/2
E2=(E1p+E2p)/2
E3=(E2p+E3p)/2

e1=E1

F1=[0,-f/2*tand(30),0]
X0=F1(1)
Y0=F1(2)

x0=X0*cosd(-120)-Y0*sind(-120)
y0=X0*sind(-120)+Y0*cosd(-120)
F3=[x0 y0 0]

x0=X0*cosd(120)-Y0*sind(120)
y0=X0*sind(120)+Y0*cosd(120)
F2=[x0 y0 0]

F3p=[-f/2 -f/2*tand(30) 0]
F1p=[f/2 -f/2*tand(30) 0]

X0=F1p(1)
Y0=F1p(2)

```

```

x0=X0*cosd(120)-Y0*sind(120)
y0=X0*sind(120)+Y0*cosd(120)
F2p=[x0 y0 0]

F=[F1;F2;F3;F1]
E=[E1;E2;E3;E1]
Ep=[E1p;E2p;E3p;E1p]
Fp=[F1p;F2p;F3p;F1p]

x1=F1(2)
y1=F1(3)
r1=rf

x2=E1(2)
y2=z0
r2=sqrt(re^2-E1(1)^2)

d=sqrt((x1-x2)^2+(y1-y2)^2)
l=(r1^2-r2^2+d^2)/(2*d)
h=sqrt(r1^2-l^2)
x=1/d*(x2-x1)+h/d*(y2-y1)+x1
y=1/d*(y2-y1)-h/d*(x2-x1)+y1;

yJ1=x
zJ1=y

th1=atand(zJ1/(F1(2)-yJ1))

X0=x00
Y0=y00
x0=X0*cosd(120)+Y0*sind(120)
y0=-X0*sind(120)+Y0*cosd(120)

E1=[x0,y0-EE1,z0]

x1=F1(2)
y1=F1(3)
r1=rf

x2=E1(2)
y2=z0

r2=sqrt(re^2-E1(1)^2)

```

```

d=sqrt((x1-x2)^2+(y1-y2)^2)
l=(r1^2-r2^2+d^2)/(2*d)
h=sqrt(r1^2-l^2)
x=l/d*(x2-x1)+h/d*(y2-y1)+x1
y=l/d*(y2-y1)-h/d*(x2-x1)+y1
yJ1=x
zJ1=y

th2=atand(zJ1/(F1(2)-yJ1))

X0=x00
Y0=y00
x0=X0*cosd(-120)+Y0*sind(-120)
y0=-X0*sind(-120)+Y0*cosd(-120)

E1=[x0,y0-EE1,z0]

x1=F1(2)
y1=F1(3)
r1=rf

x2=E1(2)
y2=z0
r2=sqrt(re^2-E1(1)^2)

d=sqrt((x1-x2)^2+(y1-y2)^2)
l=(r1^2-r2^2+d^2)/(2*d)
h=sqrt(r1^2-l^2)
x=l/d*(x2-x1)+h/d*(y2-y1)+x1
y=l/d*(y2-y1)-h/d*(x2-x1)+y1

yJ1=x
zJ1=y

th3=atand(zJ1/(F1(2)-yJ1))

J1=F1+[0,-rf*cosd(th1),rf*sind(th1)]
J2=F1+[0,-rf*cosd(th2),rf*sind(th2)]
X0=J2(1)
Y0=J2(2)
x0=X0*cosd(120)-Y0*sind(120)
y0=X0*sind(120)+Y0*cosd(120)

```

```

J2=[x0 y0 J2(3)]

J3=F1+[0,-rf*cosd(th3),rf*sind(th3)]
X0=J3(1)
Y0=J3(2)
x0=X0*cosd(-120)-Y0*sind(-120)
y0=X0*sind(-120)+Y0*cosd(-120)
J3=[x0 y0 J3(3)]

E1=e1
F1J1E1=[F1;J1;E1]
F2J2E2=[F2;J2;E2]
F3J3E3=[F3;J3;E3]

figure(2)

plot3(F(:,1),F(:,2),F(:,3),'ro','LineWidth',3)
hold
plot3(E(:,1),E(:,2),E(:,3),'ro','LineWidth',3)
plot3(Ep(:,1),Ep(:,2),Ep(:,3),'LineWidth',3)
plot3(Fp(:,1),Fp(:,2),Fp(:,3),'LineWidth',3)
plot3(E0(:,1),E0(:,2),E0(:,3),'ks','LineWidth',3)

h(1)=plot3(F1J1E1(:,1),F1J1E1(:,2),F1J1E1(:,3),'r','LineWidth',3)
h(2)=plot3(F2J2E2(:,1),F2J2E2(:,2),F2J2E2(:,3),'k','LineWidth',3)
h(3)=plot3(F3J3E3(:,1),F3J3E3(:,2),F3J3E3(:,3),'m','LineWidth',3)
hold off

title(['E = ',num2str([x00,y00,z0]),'], \theta_1 = ',num2str(th1),', \theta_2 = ',num2str(th2),', \theta_3 = ',num2str(th3)])
legend(h,'\theta_1','\theta_2','\theta_3')
grid
axis equal

E1J1=norm(E1-J1)
E2J2=norm(E2-J2)
E3J3=norm(E3-J3)
re

```